高等代数课程介绍

《高等代数》是大学数学系数学专业的主干基础课程，是数学修养的核心课程。《高等代数》的特点是：1、逻辑推理的严密性；2、研究方法的公理性；3、代数系统的结构性，矩阵表示是一条主线，利用矩阵理论把前后知识串起来。

代数是数学专业中属于纯粹的数学分支，是研究脱离了具体背景的数量之间的关系。在《高等代数》中，对各类问题的研究总是先给出确切的定义，然后从定义出发，利用严密的逻辑推理方法，依次推出性质、定理推论等，从而建立问题的一套完整的理论体系，这是逻辑推理严密性的一个具体体现。例如，对于多项式的因式分解，在中学只介绍一些具体分解方法，对于一个多项式不能分解，分解到什么程度，分解式是否唯一等问题没有办法进行讨论。而在《高等代数》中，通过引入不可约多项式的定义，阐述了不可再分解的确切定义，这就建立了判别一个多项式是否能分解的准则，通过多项式的唯一分解定理，解释了分解一性和可分解性，最后对复数域、实数域和有理数域中不可约多项式分别进行刻画，从而在理论上完满的解决了多项式的因式分解问题。

《高等代数》在用严密的逻辑推理方法建立起代数系统的理论体系后，通过对多项式、矩阵、几何向量、线性方程组的解向量等不同的研究对象的加法和数乘都满足八条算律，用公理化方法给出线性空间的定义。之后，向量空间研究的对象就不再是任意形式具体的数学对象，而是满足八条算律的集合和运算，由向量空间的定义推导向量空间的其他性质和定理所能

依据的就只有定义中的八条公理，而不能凭借任何具体的直观背景，所以公理化方法的引进，不但使数学思维产生质的飞跃，也使逻辑推理更加严密，问题的抽象化程度更高，这是研究方法的公理性的具体体现。

公理化方法是研究代数系统的前提，但是从公理出发研究集合和运算本身并不能反映满足相同公理的代数系统在结构上的差异和联系，从而无法了解代数学的总体状况。为了了解代数系统的结构，还必须研究系统中元素之间的关系、系统的生成方法、系统与子系统之间的关系、系统的分类问题，这时所用的方法是结构化方法。例如，在向量空间中，利用加法和数乘所确定的向量的线性相关性，研究向量组之间的关系，研究向量空间的生成，基和维数，子空间和它们的和、交与直和；通过引入同构映射，刻画线性空间之间本质特征等等。利用结构化方法研究代数系统，使我们对代数系统的内部结构有了更清晰的了解。

用严密逻辑推理方法建立代数系统的理论体系，用公理化方法统领不同的代数系统，用结构化方法研究代数系统的内部结构，这样建立起来的代数系统很完善，应用也很广泛，但把握起来却很抽象，难以理解和掌握。因此有必要根据需要，用直观的、统一的工具刻画各种代数系统。在《高等代数》中，应用最广泛的表示法就是矩阵表示法，例如，线性方程组可以用一个增广矩阵表示，二次型可以用一个对称矩阵表示，线性变换可以用一个方阵表示，正交变换可以用一个正交矩阵表示等等。通过矩阵表示，大部分线性代数问题都可以归结成矩阵问题。矩阵是看得见，摸得着的，矩阵理论也是人们熟悉的理

论，这就为抽象的代数问题，找到了一个统一而简便的方法，也使人们认识到抽象与具体的辩证统一。

《高等代数》开设两个学期，共160课时，主讲教师教学经验丰富，教学水平较高，学生对本课程教学的满意度较高。